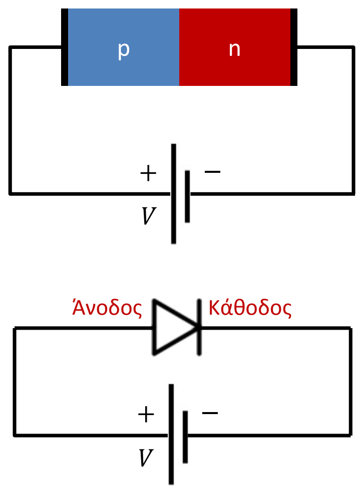
Ορθή πόλωση της επαφής p-n

Δ. Γ. Παπαγεωργίου
Τμήμα Μηχανικών Επιστήμης Υλικών
Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

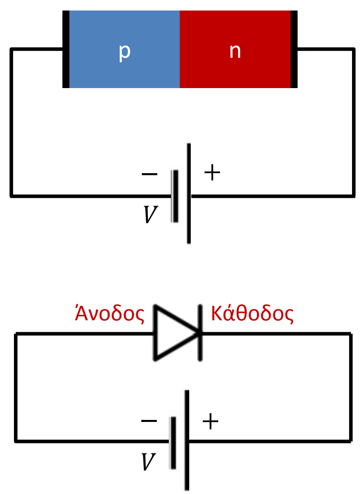
dpapageo@uoi.gr
http://pc164.materials.uoi.gr/dpapageo

Δύο τρόποι πόλωσης της επαφής p-n

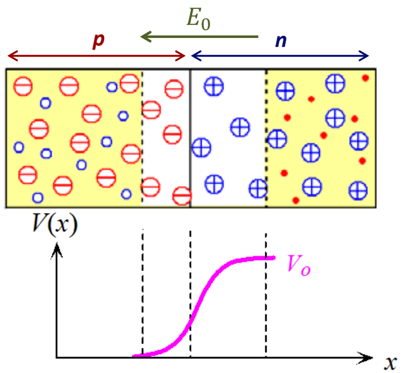
Ορθή πόλωση



Ανάστροφη πόλωση



Υπενθύμιση: Τι γίνεται χωρίς πόλωση



- Η περιοχή κοντά στην ένωση απογυμνώνεται από φορείς αγωγιμότητας.
- Εντός της περιοχής απογύμνωσης δημιουργείται εσωτερικό δυναμικό.

Γιατί δεν συνεχίζεται η απογύμνωση της διάταξης από φορείς αγωγιμότητας ;

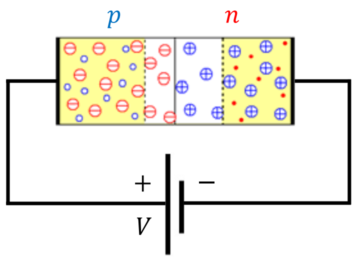
- Το ηλεκτρικό πεδίο οδηγεί τις οπές πίσω στην περιοχή p.
- Όμοια το ηλεκτρικό πεδίο οδηγεί τα ηλεκτρόνια πίσω την περιοχή n.

Έχουμε δύο ανταγωνιστικά φαινόμενα:

- Διάχυση φορέων λόγω βαθμίδας συγκέντρωσης.
- Ολίσθηση φορέων λόγω του εσωτερικού ηλεκτρικού πεδίου.
- Επέρχεται ισορροπία:
  $J_h(\text{διάχυση}) + J_h(\text{ολίσθηση}) = 0$
  $J_e(\text{διάχυση}) + J_e(\text{ολίσθηση}) = 0$

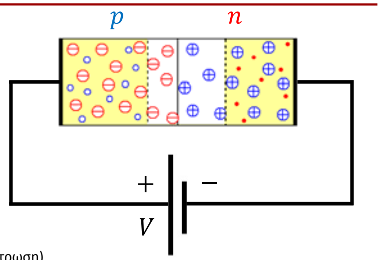
Ορθή πόλωση

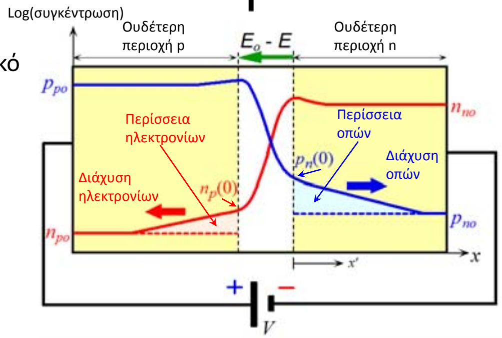
- Η εφαρμοζόμενη διαφορά δυναμικού μειώνει το εσωτερικό δυναμικό σε
  $V_0 - V$
- Αντίστοιχα μειώνεται και το ηλεκτρικό πεδίο που συγκρατεί τη διάχυση των φορέων .
- Αποτέλεσμα:
  - Οπές διαχέονται στην περιοχή n.
  - Ηλεκτρόνια διαχέονται στην περιοχή p.
  - Έγχυση περίσσειας φορέων μειονότητας.



Ορθή πόλωση

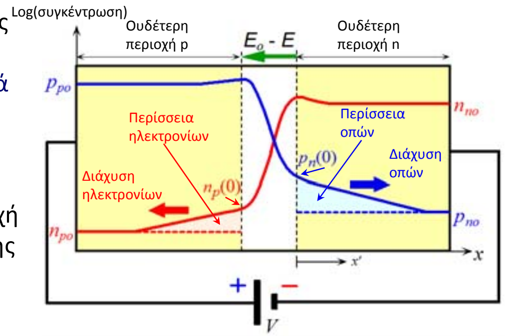
- Οι οπές που εγχέονται στην περιοχή n επανασυνδέονται με ηλεκτρόνια και χάνονται.
- Τα ηλεκτρόνια που εγχέονται στην περιοχή p επανασυνδέονται με οπές και χάνονται.
- Τα ηλεκτρόνια που χάνονται από την επανασύνδεση αναπληρώνονται από τον αρνητικό πόλο της πηγής.
- Όμοια ο θετικός πόλος της πηγής αναπληρώνει τις οπές.
- Με τον τρόπο αυτό το ρεύμα διαμέσου της διόδου μπορεί να διατηρηθεί.

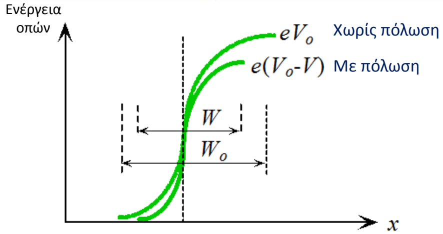




Νόμος της επαφής p-n (για την περιοχή n)

- Παραδοχή: Οι ουδέτερες περιοχές έχουν πληθώρα φορέων (υψηλή αγωγιμότητα) επομένως διαφορά δυναμικού (πτώση τάσης) εμφανίζεται μόνο στην περιοχή απογύμνωσης της επαφής p-n.
- Ορίζουμε ένα νέο άξονα x' με αρχή εκεί όπου η περιοχή απογύμνωσης συναντά την ουδέτερη περιοχή n ($x = W_n$).
- Ποιά είναι η συγκέντρωση των οπών που μπορούν να περάσουν το φράγμα δυναμικού:
  $$\Delta V = V_{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{o}} - V_{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{o}} = (V_0 - V) - 0$$
- Πρέπει να έχουν ενέργεια
  $$E = e\Delta V = e(V_0 - V)$$





Νόμος της επαφής p-n (για την περιοχή n)

Χρησιμοποιώντας στατιστική Boltzmann η συγκέντρωση φορέων είναι:

$$N(E) = Ae^{-\frac{E}{kT}} \qquad (A: \;\; \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha})$$

Οι σχετικές συγκεντρώσεις φορέων με διαφορετικές ενέργειες είναι:

$$\frac{N(E_2)}{N(E_1)} = \frac{Ae^{-\frac{E_2}{kT}}}{Ae^{-\frac{E_1}{kT}}} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}}$$

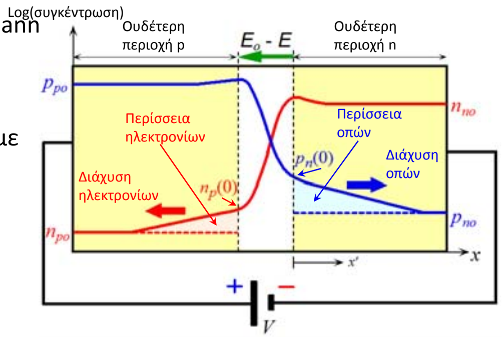
Εξετάζοντας τις οπές (με πόλωση):

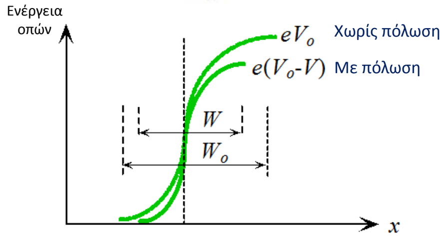
$$\frac{p_n(0)}{p_{po}} = e^{-\frac{(e(V_0 - V) - 0)}{kT}} \Rightarrow$$

$$p_n(0) = p_{po}e^{-\frac{e(V_0 - V)}{kT}} \qquad (1)$$

Εξετάζοντας τις οπές (χωρίς πόλωση):

$$\frac{p_{no}}{p_{po}} = e^{-\frac{(eV_0 - 0)}{kT}} \Rightarrow \quad p_{po} = p_{no}e^{\frac{eV_0}{kT}}$$





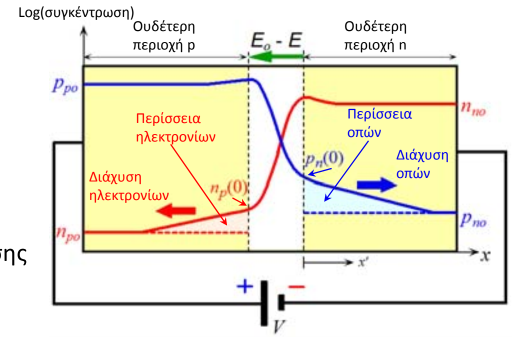
Νόμος της επαφής p-n (για την περιοχή n)

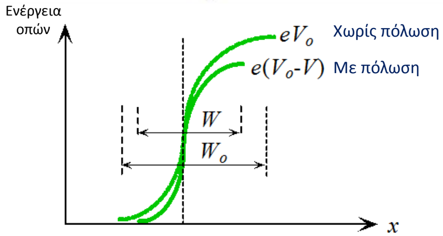
Αντικαθιστώντας στην (1)

$$p_n(0) = p_{no}e^{\frac{eV_0}{kT}}e^{-\frac{e(V_0 - V)}{kT}} \Rightarrow$$

$$\boxed{p_n(0) = p_{no}e^{\frac{eV}{kT}}}$$ Νόμος της επαφής p-n

Περιγράφει τη επίδραση της πόλωσης στη συγκέντρωση των φορέων μειονότητας στο άκρο της περιοχής απογύμνωσης.





Νόμος της επαφής p-n (για την περιοχή p)

Με όμοιο τρόπο χρησιμοποιώντας στατιστική Boltzmann μπορούμε να βρούμε το νόμο της επαφής για την περιοχή p (θέτουμε $x' = 0$ στο σημείο $x = -W_p$).

Εξετάζοντας τα ηλεκτρόνια (με πόλωση):

$$n_p(0) = n_{no} e^{-\frac{e(V_0 - V)}{kT}}$$

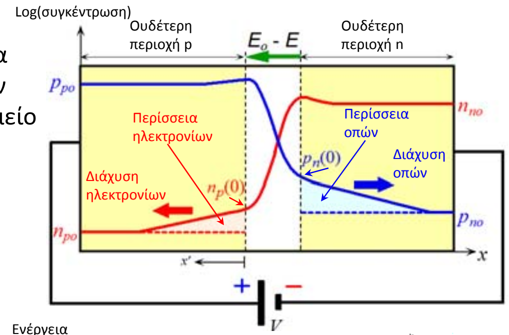
Εξετάζοντας τα ηλεκτρόνια (χωρίς πόλωση):

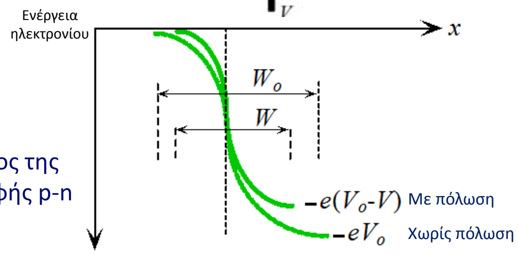
$$n_{no} = n_{po} e^{\frac{eV_0}{kT}}$$

Αντικαθιστώντας:

$$\boxed{n_p(0) = n_{po} e^{\frac{eV}{kT}}}$$

Νόμος της επαφής p-n





Παράδειγμα #1

Ιδανική δίοδος πυριτίου p-n έχει συγκέντρωση δοτών **10^{16}/cm^{3}**. Ποια είναι η συγκέντρωση των οπών στο όριο μεταξύ περιοχής απογύμνωσης και ουδέτερης περιοχής n όταν η δίοδος πολώνεται ορθά με τάση **0.7V**;

Θα εφαρμόσουμε το νόμο της επαφής

$$p_n(0) = p_{no} e^{\frac{eV}{kT}}$$

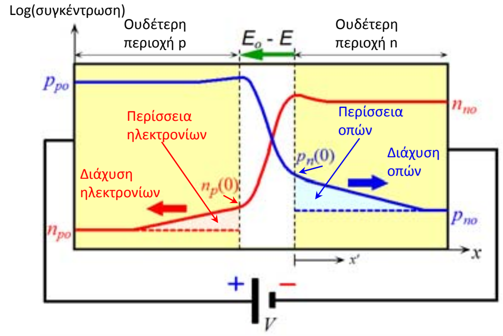
Για τη συγκέντρωση p_{no} θα εφαρμόσουμε το νόμο δράσης των μαζών:

$$p_{no} n_{no} = n_i^2$$

Όμως $n_{no} = N_d$

$$p_{no} N_d = n_i^2 \Rightarrow$$

$$p_{no} = \frac{n_i^2}{N_d}$$



Συνεπώς ο νόμος της επαφής γράφεται:

$$p_n(0) = \frac{n_i^2}{N_d} e^{\frac{eV}{kT}}$$

Παράδειγμα #1

Χρειαζόμαστε:

kT/e = 0.0259V

n_i = 10^{10} cm^{-3}

Αντικαθιστούμε:

$$p_n(0) = \frac{n_i^2}{N_d} e^{\frac{eV}{kT}} \Rightarrow$$

$$p_n(0) = \frac{(10^{10} cm^{-3})^2}{10^{16} cm^{-3}} \; e^{\frac{0.7V}{0.0259V}} =$$

$$(10^4 cm^{-3})(5.5 \times 10^{11}) =$$

$$5.5 \times 10^{15} cm^{-3}$$

Παράδειγμα #2

Η συγκέντρωση ηλεκτρονίων στην περιοχή p σε ιδανική δίοδο p-n χωρίς πόλωση είναι **2x10^{5}cm^{-3}**. Η συγκέντρωση των ηλεκτρονίων στο όριο μεταξύ περιοχής απογύμνωσης και ουδέτερης περιοχής p όταν η δίοδος πολώνεται ορθά είναι **5x10^{9}cm^{-3}**. Ποια είναι η τάση πόλωσης;

Θα χρησιμοποιήσουμε το νόμο της επαφής

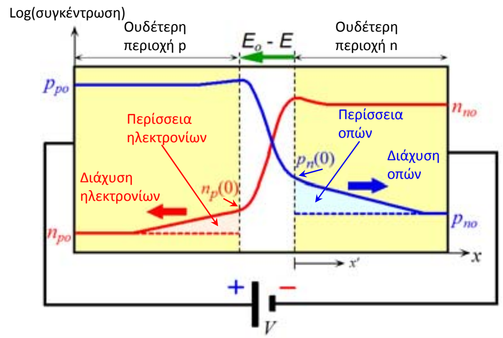
$$n_p(0) = n_{po} e^{\frac{eV}{kT}}$$

Λύνουμε ως προς V

$$\frac{n_p(0)}{n_{po}} = e^{\frac{eV}{kT}} \Rightarrow$$

$$\ln \frac{n_p(0)}{n_{po}} = \frac{eV}{kT} \Rightarrow$$

$$V = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_p(0)}{n_{po}}$$



Παράδειγμα #2

Χρειαζόμαστε:

kT/e = 0.0259V

Αντικαθιστούμε:

$$V = \frac{kT}{e}\ln\frac{n_p(0)}{n_{po}} \Rightarrow$$

$$V = 0.0259V \ \ln\frac{5\times10^9 cm^{-3}}{2\times10^5 cm^{-3}} =$$

$$0.0259V \times 10.1 =$$

$$0.26V$$

Παράδειγμα #3

Ποια τάση πρέπει να εφαρμόσουμε σε ιδανική δίοδο p-n ώστε η συγκέντρωση οπών στο όριο της περιοχής απογύμνωσης με την ουδέτερη περιοχή n να είναι **1000** φορές η συγκέντρωση οπών ισορροπίας;

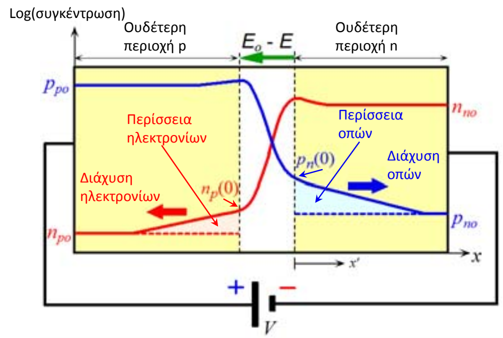
Θα εφαρμόσουμε το νόμο της επαφής:

$$p_n(0) = p_{no}e^{\frac{eV}{kT}} \Rightarrow$$

$$\frac{p_n(0)}{p_{no}} = e^{\frac{eV}{kT}} \Rightarrow$$

$$\ln\frac{p_n(0)}{p_{no}} = \frac{eV}{kT} \Rightarrow$$

$$V = \frac{kT}{e}\ln\frac{p_n(0)}{p_{no}}$$



Παράδειγμα #3

Χρειαζόμαστε:

kT/e = 0.0259V

Αντικαθιστούμε:

$$V = \frac{kT}{e}\ln\frac{p_n(0)}{p_{no}} \Rightarrow$$

$$V = 0.0259V \ \ln 1000 =$$

$$0.18V$$

Παράδειγμα #4

Ιδανική δίοδος p-n Ge έχει συγκέντρωση αποδεκτών **5×10^{16}cm^{-3}**, συγκέντρωση δοτών **10^{18}cm^{-3}** και εσωτερικό δυναμικό **0.476V**. Πόσο είναι το εύρος της περιοχής απογύμνωσης όταν στη δίοδο εφαρμόζεται ορθή πόλωση **0.1V**;

Η σχέση για την περιοχή απογύμνωσης σε δίοδο **χωρίς** πόλωση είναι:

$$W_0 = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{e}\left(\frac{1}{N_a}+\frac{1}{N_d}\right)}$$

Όταν εφαρμοστεί πόλωση η σχέση γράφεται:

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon(V_0 - V)}{e}\left(\frac{1}{N_a}+\frac{1}{N_d}\right)}$$

Χρειαζόμαστε:

$e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m

$\varepsilon_r = 16$

Παράδειγμα #4

Αντικαθιστούμε:

$$W=\sqrt{\frac{2\varepsilon(V_0-V)}{e}\left(\frac{1}{N_a}+\frac{1}{N_d}\right)}\Rightarrow$$

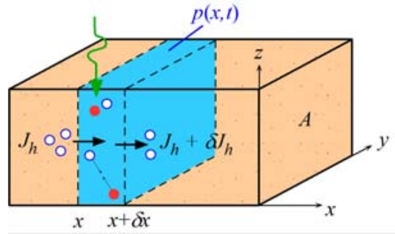
$$W=\sqrt{\frac{2\left(16\times 8.85\times 10^{-12}\frac{F}{m}\right)(0.476V-0.1V)}{1.6\times 10^{-19}C}\left(\frac{1}{5\times 10^{16}cm^{-3}}+\frac{1}{10^{18}cm^{-3}}\right)}=$$

$0.12\times 10^{-6}m=$

$0.12\mu m$

Εξίσωση συνέχειας (υπενθύμιση)

Η εξίσωση συνέχειας περιγράφει την συγκέντρωση των φορέων αγωγιμότητας σε κάθε σημείο του χώρου και για κάθε χρονική στιγμή.



Ρυθμός αύξησης της συγκέντρωσης $p(x,t)=$ $\quad \dfrac{\partial p_n(x,t)}{\partial t}=$

ρυθμός μεταβολής της συγκέντρωσης οπών λόγω μείωσης του J_h $\quad -\dfrac{1}{e}\dfrac{\partial J_h(x,t)}{\partial x}$

− ρυθμός επανασύνδεσης $\quad -\dfrac{p_n(x,t)-p_{no}}{\tau_h}$

+ ρυθμός φωτοδιέγερσης $\quad +G_{ph}(x,t)$

Εξίσωση συνέχειας (υπενθύμιση)

$$\frac{\partial p_n(x,t)}{\partial t}=-\frac{1}{e}\frac{\partial J_h(x,t)}{\partial x}-\frac{p_n(x,t)-p_{no}}{\tau_h}+G_{ph}(x,t)$$

Εξίσωση συνέχειας (πλήρης)

$$J_h=ep\mu_h E_x-eD_h\frac{dp_n}{dx}$$

Πυκνότητα ρεύματος οπών λόγω ολίσθησης και διάχυσης

Εξίσωση συνέχειας σε σταθερή κατάσταση

Σταθερή κατάσταση σημαίνει:

$$G_{ph}(x,t)=0 \qquad \frac{\partial p_n(x,t)}{\partial t}=0$$

Η εξίσωση συνέχειας γίνεται:

$$-\frac{1}{e}\frac{\partial J_h(x)}{\partial x}-\frac{p_n(x)-p_{no}}{\tau_h}=0$$

Θεωρώντας μικρό E_x παίρνουμε:

$$\frac{\partial J_h(x)}{\partial x}=-eD_h\frac{d^2p_n(x)}{dx^2}$$

Η εξίσωση συνέχειας γίνεται:

$$D_h\frac{d^2p_n(x)}{dx^2}=\frac{p_n(x)-p_{no}}{\tau_h}\Rightarrow$$

$$\frac{d^2p_n(x)}{dx^2}=\frac{p_n(x)-p_{no}}{D_h\tau_h}\Rightarrow$$

$$\frac{d^2p_n(x)}{dx^2}=\frac{p_n(x)-p_{no}}{L_h^2}$$

Όπου $L_h=\sqrt{D_h\tau_h}$ είναι το μήκος διάχυσης των οπών.

Εξίσωση συνέχειας (υπενθύμιση)

Ορίζουμε την επιπλέον συγκέντρωση ως:

$$\Delta p_n(x)=p_n(x)-p_{no}$$

Παραγωγίζοντας:

$$\frac{d^2\Delta p_n(x)}{dx^2}=\frac{d^2p_n(x)}{dx^2}$$

Συνεπώς η εξίσωση συνέχειας σε σταθερή κατάσταση γράφεται:

$$\boxed{\frac{d^2\Delta p_n(x)}{dx^2}=\frac{\Delta p_n(x)}{L_h^2}}$$

Εξίσωση συνέχειας σε σταθερή κατάσταση

Η λύση της εξίσωσης συνέχειας σε σταθερή κατάσταση είναι:

$$\boxed{\Delta p_n(x)=\Delta p_n(0)e^{-\frac{x}{L_h}}}$$

Λύση της εξίσωσης συνέχειας σε σταθερή κατάσταση

Το ρεύμα στην επαφή p-n – Εξίσωση Shockley

Υποθέτουμε ότι το μήκος της περιοχής n είναι μεγάλο σε σχέση με το μήκος διάχυσης οπών L_h

Η πυκνότητα ρεύματος λόγω διάχυσης των οπών είναι:

$$J_{D,h} = -eD_h \frac{dp_n(x')}{dx'}$$

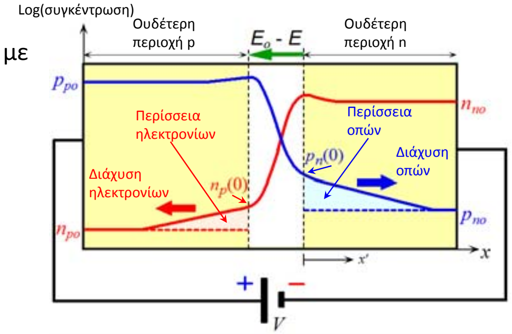
Χρησιμοποιώντας τις διαφορές

$$\Delta p_n(x') = p_{n(x')} - p_{no} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{d\Delta p_n(x')}{dx'} = \frac{dp_n(x')}{dx'}$$

Η πυκνότητα ρεύματος γίνεται:

$$J_{D,h} = -eD_h \frac{d\Delta p_n(x')}{dx'}$$



Για να βρούμε το $d\Delta p_n(x')/dx'$ εφαρμόζουμε την εξίσωση συνέχειας στον άξονα x'

Το ρεύμα στην επαφή p-n – Εξίσωση Shockley

Εφαρμόζουμε την εξίσωση συνέχειας στον άξονα x'

$$\frac{d^2\Delta p(x')}{dx'^2} = \frac{\Delta p_n(x')}{L_h^2}$$

Η λύση της είναι:

$$\Delta p_n(x') = \Delta p_n(0) e^{-\frac{x'}{L_h}}$$

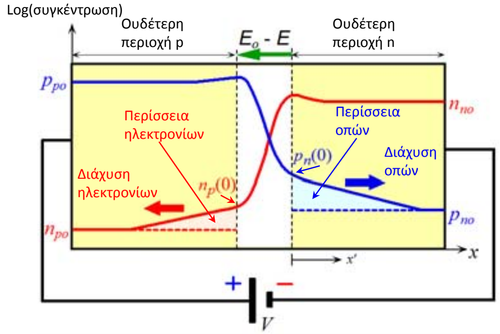
Η παράγωγος είναι:

$$\frac{d\Delta p_n(x')}{dx'} = -\frac{1}{L_h} \Delta p_n(0) e^{-\frac{x'}{L_h}}$$

Η πυκνότητα ρεύματος γίνεται:

$$J_{D,h} = -eD_h \frac{d\Delta p_n(x')}{dx'} \quad \Rightarrow$$

$$J_{D,h} = \frac{eD_h}{L_h} \Delta p_n(0) e^{-\frac{x'}{L_h}}$$



Στο σημείο $x' = 0$ η πυκνότητα ρεύματος είναι:

$$J_{D,h} = \frac{eD_h}{L_h} \Delta p_n(0)$$

Το ρεύμα στην επαφή p-n – Εξίσωση Shockley

Η περίσσεια οπών είναι:

$$\Delta p_n(0) = p_n(0) - p_{no}$$

Χρησιμοποιούμε το νόμο της επαφής p-n:

$$p_n(0) = p_{no} e^{\frac{eV}{kT}}$$

$$\Delta p_n(0) = p_{no} e^{\frac{eV}{kT}} - p_{no} \quad \Rightarrow$$

$$\Delta p_n(0) = p_{no}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right)$$

Η πυκνότητα ρεύματος γίνεται:

$$J_{D,h} = \frac{eD_h}{L_h} \Delta p_n(0) \quad \Rightarrow$$

$$J_{D,h} = \frac{eD_h}{L_h} p_{no}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right)$$

Εφαρμόζουμε το νόμο δράσης των μαζών:

$$p_{no} n_{no} = n_i^2 \quad \Rightarrow p_{no} = \frac{n_i^2}{n_{no}} = \frac{n_i^2}{N_d}$$

Αντικαθιστούμε στην πυκνότητα ρεύματος:

$$J_{D,h} = \frac{eD_h n_i^2}{L_h N_d}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right)$$

Με όμοιο τρόπο μπορούμε να βρούμε την πυκνότητα ρεύματος στην περιοχή p εξαιτίας διάχυσης των ηλεκτρονίων:

$$J_{D,e} = \frac{eD_e n_i^2}{L_e N_a}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right)$$

Το ρεύμα στην επαφή p-n – Εξίσωση Shockley

Η ολική πυκνότητα ρεύματος εξαιτίας διάχυσης των φορέων είναι:

$$J = J_{D,h} + J_{D,e} = \frac{eD_h n_i^2}{L_h N_d}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right) + \frac{eD_e n_i^2}{L_e N_a}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right) =$$

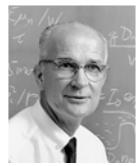
$$e n_i^2\left(\frac{D_h}{L_h N_d} + \frac{D_e}{L_e N_a}\right)\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right) \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{J = J_{so}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right)}$$

Εξίσωση Shockley για την ιδανική δίοδο

$$J_{so} = e n_i^2\left(\frac{D_h}{L_h N_d} + \frac{D_e}{L_e N_a}\right)$$

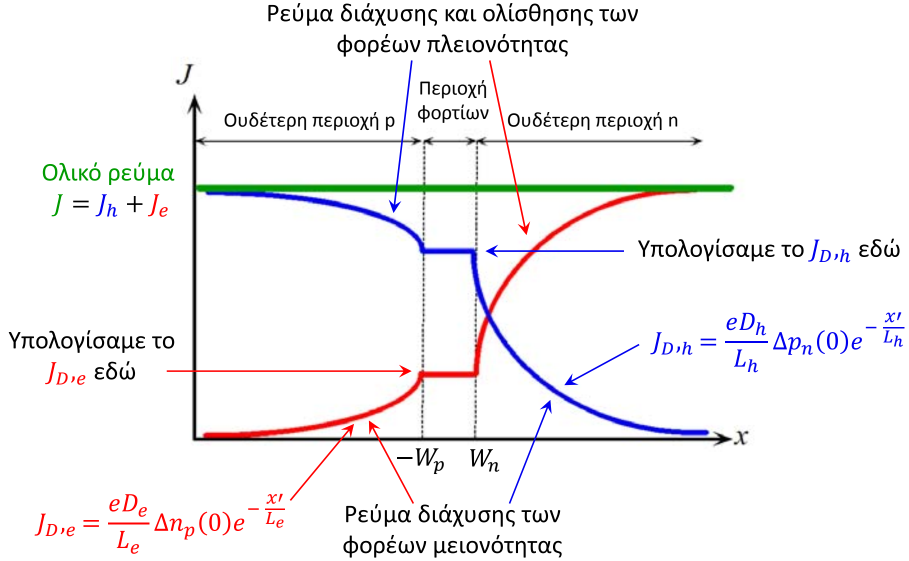
Πυκνότητα ανάστροφου ρεύματος κορεσμού



William Bradford Shockley Jr.
1910-1989

Η σταθερά J_{so} εξαρτάται από τις ιδιότητες του υλικού ($D_h, D_e, L_h, L_e, n_i^2$) και από τη νόθευση ($N_a, N_d$).

Το ρεύμα στην επαφή p-n



Το ρεύμα στην επαφή p-n – Εξίσωση Shockley

Η εξίσωση Shockley:

$$J = J_{so}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right)$$

παίρνει μια πιο απλή μορφή όταν

$$e^{\frac{eV}{kT}} \gg 1$$

Γίνεται:

$$\boxed{J = J_{so} e^{\frac{eV}{kT}}}$$

Η προσέγγιση αυτή είναι πολύ καλή ακόμη και για μικρές τιμές V

Παράδειγμα:

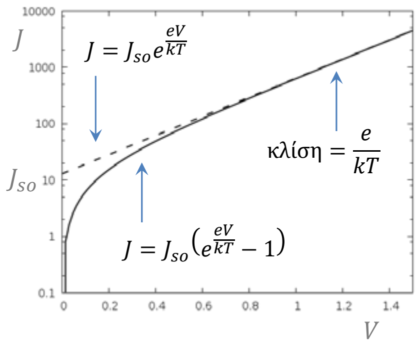
kT/e = 0.0259 V

T = 300K

$V = 0.1V$

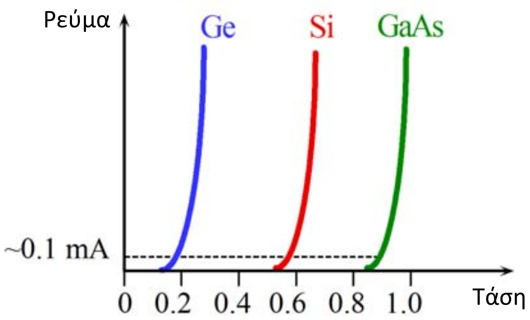
$$\frac{eV}{kT} = \frac{0.1V}{0.0259V} \approx 3.9$$

$$e^{\frac{eV}{kT}} = e^{3.9} \approx 49 \gg 1$$



Το ρεύμα στην επαφή p-n

Διάγραμμα ρεύματος-τάσης για επαφές p-n τριών διαφορετικών ημιαγωγών.



Για να πάρουμε ρεύμα ~0.1mA πρέπει να εφαρμόσουμε τάση:
0.2V για το Ge, 0.6V για το Si, 0.9V για το GaAs

Εξάρτηση του ρεύματος από το ενεργειακό διάκενο

Εξίσωση Shockley για το ρεύμα στην ιδανική δίοδο όταν $e^{\frac{eV}{kT}} \gg 1$

$$J = en_i^2\left(\frac{D_h}{L_h N_d} + \frac{D_e}{L_e N_a}\right) e^{\frac{eV}{kT}}$$

Γνωρίζουμε ότι η συγκέντρωση του ενδογενούς ημιαγωγού είναι:

$$n_i^2 = N_c N_v e^{-\frac{E_g}{kT}}$$

N_c Πυκνότητα καταστάσεων στη ζώνη αγωγιμότητας

N_v Πυκνότητα καταστάσεων στη ζώνη σθένους

E_g Ενεργειακό διάκενο

Μπορούμε να εκφράσουμε την ενέργεια E_g ως την ενέργεια που έχει μια οπή μέσα σε δυναμικό V_g

$$E_g = eV_g$$

Η ενδογενής συγκέντρωση γράφεται:

$$n_i^2 = N_c N_v e^{-\frac{eV_g}{kT}}$$

Αντικαθιστούμε στο ρεύμα:

$$J = eN_c N_v e^{-\frac{eV_g}{kT}}\left(\frac{D_h}{L_h N_d} + \frac{D_e}{L_e N_a}\right) e^{\frac{eV}{kT}} \Rightarrow$$

$$J = eN_c N_v\left(\frac{D_h}{L_h N_d} + \frac{D_e}{L_e N_a}\right) e^{\frac{e(V-V_g)}{kT}} \Rightarrow$$

Εξάρτηση του ρεύματος από το ενεργειακό διάκενο

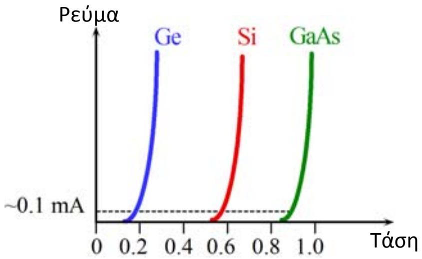
$$\boxed{J = J_1 e^{\frac{e(V-V_g)}{kT}}}$$

Εξάρτηση του ρεύματος από το ενεργειακό διάκενο

$$J_1 = eN_cN_v\left(\frac{D_h}{L_hN_d} + \frac{D_e}{L_eN_a}\right)$$

Ενεργειακό διάκενο E_g σε T=300K:

Ge:	0.66 eV
Si:	1.10 eV
GaAs:	1.42 eV

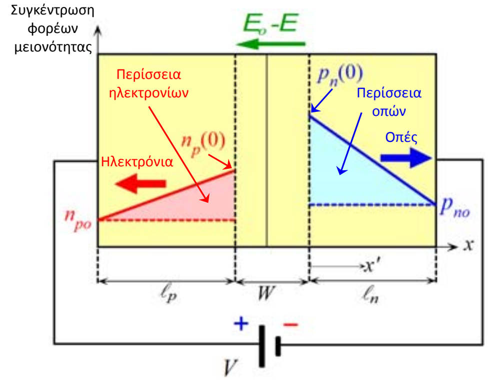


Δίοδος μικρού μήκους

Υποθέσαμε ότι το μήκη των ουδέτερων περιοχών p και n είναι μεγάλα σε σχέση με το μήκη διάχυσης των φορέων L_h και L_e.

Στη δίοδο μικρού μήκους τα μήκη των ουδέτερων περιοχών είναι μικρότερα από τα μήκη διάχυσης των φορέων, δηλαδή:

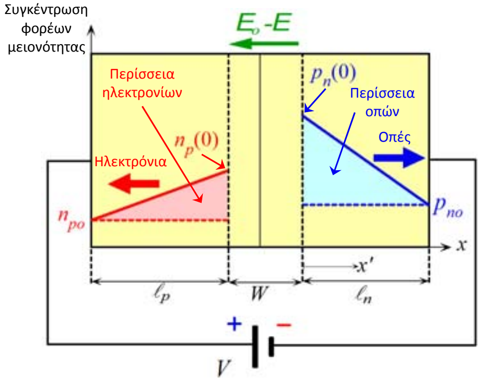
$$l_p < L_e \quad \text{και} \quad l_n < L_h$$



Αποδεικνύεται από τη λύση της εξίσωσης συνέχειας ότι **οι συγκεντρώσεις των φορέων μειονότητας μειώνονται γραμμικά με την απόσταση** έξω από την περιοχή απογύμνωσης.

Θα δούμε μια πιο απλή εξήγηση.

Το ρεύμα στη δίοδο μικρού μήκους



Στο $x' = 0$ η συγκέντρωση των φορέων μειονότητας δίνεται από το νόμο της επαφής:

$$p_n(0) = p_{no}e^{\frac{eV}{kT}}$$

Επειδή $l_n < L_p$ δεν χάνονται οπές από επανασύνδεση.

Στον αρνητικό πόλο της πηγής οι επιπλέον φορείς συλλέγονται.

Η ροή οπών είναι ομοιόμορφη κατά μήκος της περιοχής n.

Άρα το ρεύμα θα είναι σταθερό.

$$J_{D'h} = -eD_h\frac{dp_n(x')}{dx'} = \text{σταθ.} \Rightarrow$$

$$\frac{dp_n(x')}{dx'} = \text{σταθ.} = A \Rightarrow$$

$$dp_n(x') = Adx' \Rightarrow$$

$$p_n(x') = \int Adx' + B \Rightarrow$$

$$p_n(x') = Ax' + B$$

Το ρεύμα στη δίοδο μικρού μήκους

Οι σταθερές A, B προσδιορίζονται από τις οριακές συνθήκες:

$$p(x' = 0) = p_n(0) \qquad (1)$$

$$p_n(x' = l_n) = p_{no} \qquad (2)$$

$$(1) \Rightarrow B = p_n(0)$$

$$(2) \Rightarrow Al_n + B = p_{no} \Rightarrow$$

$$Al_n + p_n(0) = p_{no} \Rightarrow$$

$$A = \frac{p_{no} - p_n(0)}{l_n}$$

Συνεπώς:

$$\frac{dp_n(x')}{dx'} = A \Rightarrow$$

$$\frac{dp_n(x')}{dx'} = \frac{p_{no} - p_n(0)}{l_n}$$

Άρα το ρεύμα είναι:

$$J_{D'h} = -eD_h\frac{dp_n(x')}{dx'} \Rightarrow$$

$$J_{D'h} = eD_h\frac{p_n(0) - p_{no}}{l_n}$$

Αντικαθιστούμε το $p_n(0)$ από το νόμο της επαφής

$$J_{D'h} = eD_h\frac{p_{no}e^{\frac{eV}{kT}} - p_{no}}{l_n} \Rightarrow$$

$$J_{D'h} = \frac{eD_hp_{no}}{l_n}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right)$$

Χρησιμοποιούμε το νόμο δράσης των μαζών:

$$p_{no}n_{no} = n_i^2 \Rightarrow p_{no} = \frac{n_i^2}{n_{no}} = \frac{n_i^2}{N_d}$$

Το ρεύμα στη δίοδο μικρού μήκους

Τελικά το ρεύμα γίνεται: $J_{D,h} = \frac{eD_h}{l_n}\frac{n_i^2}{N_d}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right)$

Με όμοιο τρόπο μπορούμε να βρούμε για τα ηλεκτρόνια: $J_{D,e} = \frac{eD_e}{l_p}\frac{n_i^2}{N_a}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right)$

Το ολικό ρεύμα είναι: $J = J_{D,h} + J_{D,e} =$

$$= \frac{eD_h}{l_n}\frac{n_i^2}{N_d}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right) + \frac{eD_e}{l_p}\frac{n_i^2}{N_a}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right) \Rightarrow$$

Ρεύμα στη δίοδο μικρού μήκους

$$\boxed{J = en_i^2\left(\frac{D_h}{l_nN_d} + \frac{D_e}{l_pN_a}\right)\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right)}$$

Όμοια σχέση με την εξίσωση Shockley: αντί για τα μήκη διάχυσης L_h, L_eέχουμε τα μήκη των ουδέτερων περιοχών l_n, l_p

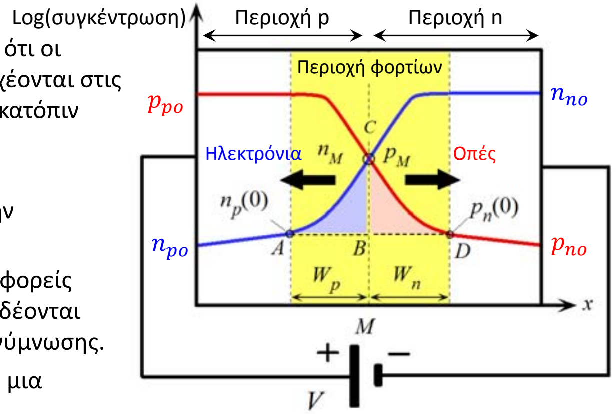
Επανασύνδεση στην περιοχή απογύμνωσης

Μέχρι τώρα υποθέσαμε ότι οι φορείς μειονότητας διαχέονται στις ουδέτερες περιοχές και κατόπιν επανασυνδέονται.

Οι φορείς που χάνονται αναπληρώνονται από την εξωτερική πηγή.

Όμως κάποιοι από τους φορείς πλειονότητας επανασυνδέονται εντός της περιοχής απογύμνωσης.

Για απλότητα θεωρούμε μια **συμμετρική επαφή p-n**.



Το ρεύμα εξαιτίας επανασύνδεσης των οπών είναι:

$$J_{recom} = \frac{e}{\tau_e}N_{re} + \frac{e}{\tau_h}N_{rh}$$

N_{re} Πλήθος ηλεκτρονίων ανά μονάδα επιφάνειας.

N_{rh} Πλήθος οπών ανά μονάδα επιφάνειας.

Επανασύνδεση στην περιοχή απογύμνωσης

Οι οπές που επανασυνδέονται εντός της περιοχής απογύμνωσης είναι:

$$N_{rh} = \int_0^{W_n}(p_n(x) - p_n(0))dx$$

Προσεγγίζουμε το ολοκλήρωμα από το εμβαδό του τριγώνου CBD.

$$N_{rh} \approx \frac{1}{2}W_np_M$$

Όμοια:

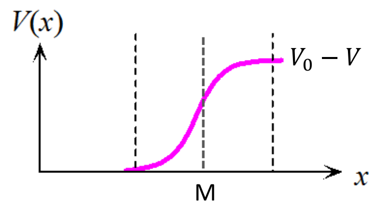
$$N_{re} = \int_{-W_p}^{0}\left(n_p(x) - n_p(0)\right)dx$$

$$\approx \frac{1}{2}W_pn_M$$

Το ρεύμα εξαιτίας επανασύνδεσης:

$$J_{recom} = \frac{1}{2}\frac{e}{\tau_e}W_pn_M + \frac{1}{2}\frac{e}{\tau_h}W_np_M$$

Πρέπει να βρούμε τα n_Mκαι p_M. Θα χρησιμοποιήσουμε το δυναμικό στο σημείο Μ:



$$V_M = \frac{V_0 - V}{2}$$

Επανασύνδεση στην περιοχή απογύμνωσης

Οι οπές στο σημείο Μ είναι:

$$p_M = p_{po}e^{-\frac{e(V_0-V)}{2kT}}$$

Ξέρουμε ότι το δυναμικό V_0 δίνεται από:

$$V_0 = \frac{kT}{e}\ln\frac{N_aN_d}{n_i^2} \Rightarrow$$

$$\frac{eV_0}{kT} = \ln\frac{N_aN_d}{n_i^2}$$

Υποθέσαμε συμμετρική επαφή:

$N_a = N_d$

$$\frac{eV_0}{kT} = \ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\frac{eV_0}{2kT} = \ln\frac{N_a}{n_i}$$

Συνεπώς οι οπές είναι:

$$p_M = p_{po}e^{-\frac{e(V_0-V)}{2kT}} \Rightarrow$$

$$p_M = p_{po}e^{-\frac{eV_0}{2kT}}e^{\frac{eV}{2kT}} \Rightarrow$$

$$p_M = p_{po}e^{-\ln\frac{N_a}{n_i}}e^{\frac{eV}{2kT}} \Rightarrow$$

$$p_M = p_{po}\frac{n_i}{N_a}e^{\frac{eV}{2kT}}$$

Όμως $p_{po} = N_a$

$$p_M = n_ie^{\frac{eV}{2kT}}$$

Με όμοιο τρόπο βρίσκουμε:

$$n_M = n_ie^{\frac{eV}{2kT}}$$

Επανασύνδεση στην περιοχή απογύμνωσης

Συνεπώς το ολικό ρεύμα γράφεται:

$$J_{recom} = \frac{1}{2}\frac{e}{\tau_e}W_p n_M + \frac{1}{2}\frac{e}{\tau_h}W_n p_M \Rightarrow$$

$$J_{recom} = \frac{1}{2}\frac{e}{\tau_e}W_p n_i e^{\frac{eV}{2kT}} + \frac{1}{2}\frac{e}{\tau_h}W_n n_i e^{\frac{eV}{2kT}} \Rightarrow$$

$$J_{recom} = \frac{1}{2}en_i\left(\frac{W_p}{\tau_e}+\frac{W_n}{\tau_h}\right)e^{\frac{eV}{2kT}}$$

Μπορούμε να το γράψουμε και ως:

$$\boxed{J_{recom} = J_{ro}e^{\frac{eV}{2kT}}}$$

Ρεύμα λόγω επανασύνδεσης στην περιοχή απογύμνωσης

όπου

$$J_{ro} = \frac{1}{2}en_i\left(\frac{W_p}{\tau_e}+\frac{W_n}{\tau_h}\right)$$

Ολικό ρεύμα με ορθή πόλωση

Το ολικό ρεύμα στη δίοδο έχει δύο όρους (υποθέτουμε $\frac{eV}{kT} \gg 1$):

$$J = J_{so}e^{\frac{eV}{kT}} + J_{ro}e^{\frac{eV}{2kT}}$$

Διάχυση φορέων μειονότητας

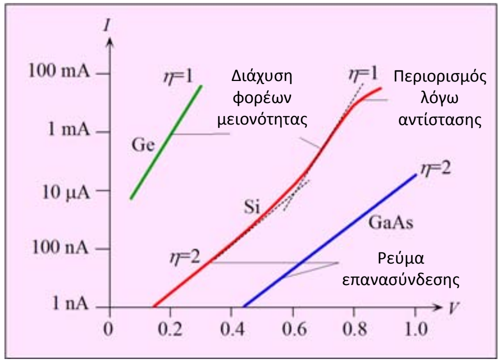
Επανασύνδεση στην περιοχή απογύμνωσης

Μπορούμε να γράψουμε:

$$J = J_o e^{\frac{eV}{\eta kT}}$$

όπου το η ονομάζεται συντελεστής ποιότητας και παίρνει τις τιμές:

1 Το ρεύμα οφείλεται σε διάχυση φορέων μειονότητας
2 Το ρεύμα οφείλεται σε επανασύνδεση στην περιοχή απογύμνωσης



Παράδειγμα #5

Ιδανική δίοδος p-n πολώνεται ορθά με τάση **0.6V**. Πόση πρέπει να γίνει η τάση ώστε το ρεύμα να **δεκαπλασιαστεί**;

Θα χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση Shockley

$$J = J_{so}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right)$$

Επειδή

$$e^{\frac{eV}{kT}} = e^{\frac{0.6V}{0.0259V}} = 1.15\times10^{10} \gg 1$$

η εξίσωση Shockley μπορεί να γραφεί

$$J = J_{so}e^{\frac{eV}{kT}}$$

Εφαρμόζουμε τη σχέση δύο φορές:

1) Για την άγνωστη τάση V_2

$$J_2 = J_{so}e^{\frac{eV_2}{kT}}$$

2) Για τάση πόλωσης $V_1 = 0.6V$

$$J_1 = J_{so}e^{\frac{eV_1}{kT}}$$

Διαιρούμε κατά μέλη:

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{e^{\frac{eV_2}{kT}}}{e^{\frac{eV_1}{kT}}} = e^{\frac{e(V_2-V_1)}{kT}}$$

Επειδή $J_2 = 10J_1$

$$e^{\frac{e(V_2-V_1)}{kT}} = 10$$

Παράδειγμα #5

Λύνουμε ως προς V_2

$$\frac{e(V_2-V_1)}{kT} = \ln 10 \Rightarrow$$

$$V_2 - V_1 = \frac{kT}{e}\ln 10 \Rightarrow$$

$$V_2 = V_1 + \frac{kT}{e}\ln 10$$

Χρειαζόμαστε:

kT/e = 0.0259V

Αντικαθιστούμε:

$V_2 = 0.6V + 0.0259V \times 2.3 =$

$0.6V + 0.06V =$

$0.66V$

Παράδειγμα #6

Ιδανική δίοδος p-n πολώνεται ορθά με τάση 0.6V. Πόσες φορές αυξάνεται το ρεύμα αν η τάση αυξηθεί κατά 0.1V ;

Θα χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση Shockley

$$J = J_{so}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right)$$

Επειδή

$$e^{\frac{eV}{kT}} = e^{\frac{0.6V}{0.0259V}} = 1.15 \times 10^{10} \gg 1$$

η εξίσωση Shockley μπορεί να γραφεί

$$J = J_{so} e^{\frac{eV}{kT}}$$

Εφαρμόζουμε τη σχέση δύο φορές:

1) Για την άγνωστη τάση V_2

$$J_2 = J_{so} e^{\frac{eV_2}{kT}}$$

2) Για τάση πόλωσης $V_1 = 0.6V$

$$J_1 = J_{so} e^{\frac{eV_1}{kT}}$$

Διαιρούμε κατά μέλη:

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{e^{\frac{eV_2}{kT}}}{e^{\frac{eV_1}{kT}}} = e^{\frac{e(V_2 - V_1)}{kT}} \Rightarrow$$

Παράδειγμα #6

Χρειαζόμαστε:

kT/e = 0.0259V

Αντικαθιστούμε:

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{e^{\frac{eV_2}{kT}}}{e^{\frac{eV_1}{kT}}} = e^{\frac{e(V_2 - V_1)}{kT}} \Rightarrow$$

$$\frac{J_2}{J_1} = e^{\frac{0.1V}{0.0259V}} =$$

$$e^{3.86} =$$

$$47.5$$

Το ρεύμα αυξάνει 47.5 φορές με αύξηση της τάσης πόλωσης κατά 0.1V

Παράδειγμα #7

Σε ιδανική δίοδο p-n η πυκνότητα του ανάστροφου ρεύματος κορεσμού είναι **$2\text{x}10^{-11}$A/cm²**.

a. Ποια είναι η πυκνότητα ρεύματος όταν η δίοδος πολωθεί ορθά με τάση **0.5V**;
b. Ποιο είναι το ρεύμα αν το εμβαδόν της επαφής είναι **1mm²**;

Θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση

$$J = J_{so}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right) \approx J_{so} e^{\frac{eV}{kT}}$$

Χρειαζόμαστε:

kT/e = 0.0259V

Αντικαθιστούμε:

$$J = 2 \times 10^{-11} \frac{A}{cm^2} e^{\frac{0.5V}{0.0259V}} =$$

$$4.8 \times 10^{-3} \frac{A}{cm^2} = 4.8 \frac{mA}{cm^2}$$

Παράδειγμα #7

b. Ποιο είναι το ρεύμα αν το εμβαδόν της επαφής είναι **1mm²**;

Η πυκνότητα ρεύματος ορίζεται ως:

$$J = \frac{I}{A} \Rightarrow$$

$$I = JA$$

Αντικαθιστούμε:

$$I = \left(4.8 \times 10^{-3} \frac{A}{cm^2}\right)(1mm^2) =$$

$$\left(4.8 \times 10^{-3} \frac{A}{100mm^2}\right)(1mm^2) =$$

$$4.8 \times 10^{-5} A =$$

$$48\mu A$$

Παράδειγμα #8

Σε ιδανική δίοδο p-n ποια απόσταση θα διανύσει η περίσσεια οπών που εισέρχεται στην περιοχή n μέχρι η συγκέντρωσή της να γίνει **10 φορές μικρότερη** ;

Η περίσσεια οπών δίνεται από τη λύση της εξίσωσης συνέχειας:

$$\Delta p_n(x') = \Delta p_n(0)e^{-\frac{x'}{L_h}}$$

Όταν

$$\Delta p_n(x') = \frac{1}{10}\Delta p_n(0)$$

Τότε

$$\frac{1}{10}\Delta p_n(0) = \Delta p_n(0)e^{-\frac{x'}{L_h}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{10} = e^{-\frac{x'}{L_h}} \Rightarrow$$

$$\ln\frac{1}{10} = -\frac{x'}{L_h} \Rightarrow \quad x' = L_h \ln 10 = 2.3L_h$$